

Вопросы к коллоквиуму по векторной алгебре.

1 семестр 2005/2006 уч. г., факультет ФПМ. Лектор: Б. В. Карпов.

1. Изложить понятия множества, отображения, образа и прообраза элемента и подмножества, привести примеры.
2. Дать определение композиции отображений, доказать свойство ассоциативности композиции.
3. Дать определение инъективного, сюръективного, биективного, тождественного, обратного отображения, привести примеры. Доказать критерий существования обратного отображения.
4. Дать определение декартова произведения множеств, декартовой степени данного множества, отображения проекции. Привести примеры.
5. Дать определение полярной системы координат, полярных координат точки. Вывести формулы перехода от полярных координат к декартовым и обратно.
6. Дать определение бинарного отношения, отношения эквивалентности, класса эквивалентности. Доказать теорему о классах эквивалентности. Дать определение фактор-множества, привести примеры.
7. Определить понятие вектора, направления, длины вектора, нулевого вектора. Изложить простейшие свойства векторов.
8. Дать определение и изложить свойства линейных операций над векторами.
9. Дать определение и доказать свойства коллинеарных векторов.
10. Дать определение и доказать свойства компланарных векторов.
11. Дать определение линейно зависимой и линейно независимой системы векторов. Доказать теорему о линейно зависимых системах векторов в пространстве.
12. Дать определение базиса на плоскости и в пространстве, координат вектора в данном базисе. Доказать свойства координат вектора.
13. Дать определение аффинной системы координат, координат точки. Доказать формулу, связывающую координаты вектора с координатами его начала и конца.
14. Вывести формулы для координат точки, делящей отрезок в данном отношении.
15. Дать определение ортогонального и ортонормированного базиса, декартовой системы координат. Доказать свойства декартовых координат вектора, их связь с направляющими косинусами, основное соотношение между направляющими косинусами. Определить орт вектора, вывести формулы для его координат.
16. Дать определение и изложить свойства скалярного произведения. Вывести формулу, выражающую скалярное произведение через декартовы координаты.
17. Дать определение и изложить свойства проекции вектора на ось.
18. Дать определение определителя 2-го порядка и доказать теорему о его геометрическом смысле.
19. Дать определение определителя 3-го порядка. Сформулировать свойства определителей. Привести примеры.
20. Дать определение правой и левой тройки векторов, правой и левой систем координат в пространстве. Объяснить, как меняется тип тройки при перестановках векторов.
21. Дать определение векторного произведения, изложить его свойства. Доказать условие коллинеарности векторов на языке векторного произведения.
22. Доказать свойства однородности и антисимметричности векторного произведения. Изложить идею доказательства аддитивности векторного произведения.
23. Вывести формулу, выражающую векторное произведение через декартовы координаты сомножителей.
24. Дать определение смешанного произведения. Доказать условие компланарности векторов.
25. Доказать теорему о геометрическом смысле смешанного произведения и вывести следствие о поведении смешанного произведения при перестановках сомножителей.
26. Доказать формулу, выражающую смешанное произведение через декартовы координаты. Вывести следствие о геометрическом смысле определителя 3-го порядка.