Пусть $\gamma(G)$ — min число ручек у поверхностей, на которые укладывается G. $\gamma(G)$ называют родом графа G.

Т. о. $\gamma(K_5) > 0$, $\gamma(K_{3,3}) > 0$.

На лекции показано, как K_5 и $K_{3,3}$ укладываются на торе (= сфера с одной ручкой). Значит, $\gamma(K_5) = \gamma(K_{3,3}) = 1$

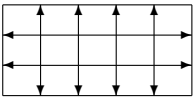
Теорема («гипотеза Хивуда»). Для полного графа K_p, $p > 3$, и полного двудольного графа $K_{m,n}$ имеют место формулы:

$$\gamma(K_p) = \left\{ \frac{(p-3)(p-4)}{12} \right\}$$

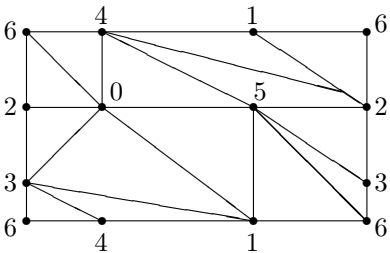
$$\gamma(K_{m,n}) = \left\{ \frac{(m-2)(n-2)}{4} \right\}$$

где $\{x\}$ — наименьшее целое, не меньшее x.

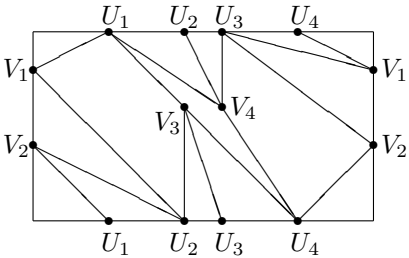
Задача. Убедиться по формуле, что $\gamma(K_7) = 1$ и $\gamma(K_{4,4}) = 1$. Построить явно укладку K_7 и $K_{4,4}$ на тор. (Решение. Как обычто, будем представлять тор в виде прямоугольника со сторонами, которы отождествлены (склеены) согласно схеме:



Тогда:



укладка K_7



укладка $K_{4,4}$