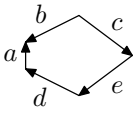
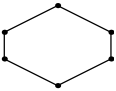
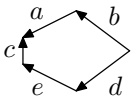


Не исключено, что в некоторых группах возникает потребность провести ещё один семинар (больше вряд ли). В этом случае следует воспользоваться материалом, приведенным ниже (все задачи решать не обязательно).

На лекциях было рассказано (и доказано) следующее. Пусть Γ — цикл без самопересечений на плоскости. Он ограничивает некоторую внутреннюю область, гомеоморфную кругу (это теорема Жордана; слово «гомеоморфный» на лекциях не использовалось, а говорилось лишь о заменах одной поверхности на другую с помощью *растяжений и сжатий* (но без разрывов и склеек), как если бы она была сделана из эластичной пленки). Эта область вместе с ограничивающим циклом Γ называется *топологическим многоугольником*.

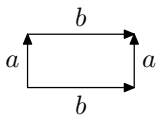


Пусть теперь задано *конечное* число топологических многоугольников. Пусть на *каждой стороне каждого из них* выбрано (произвольно) направление и каждая из сторон помечена какой-либо буквой $a, b, c, \dots$ Предположим, что каждая из использованных букв встречается (на всех многогранниках) ровно два раза.

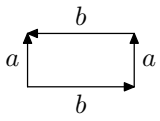
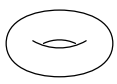


Если теперь отождествить стороны, помеченных одной буквой, так чтобы направления отождествляемых сторон совпали, то получится *замкнутая топологическая поверхность без края* (это определение). Далее она называется просто *топологической поверхностью*.

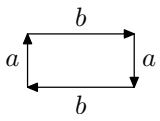
Примеры:



— это тор

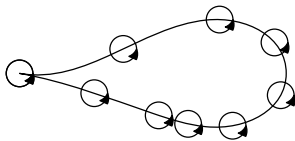


— это бутылка Клейна; её без самопересечений в R^3 не вложить, а с самопересечениями можно.

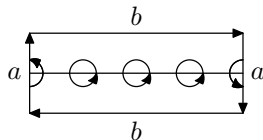


— это проективная плоскость

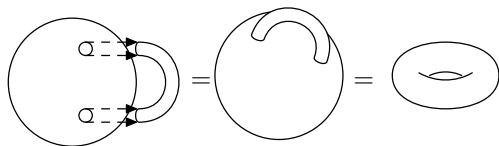
Если на топологической поверхности S имеется такой замкнутый путь, что при обходе вдоль него маленькой ориентированной (т. е. с фиксированным направлением), лежащей на S окружности она возвращается в исходное положение с изменением ориентации, то S называется *неориентируемой* поверхностью, в противном случае — *ориентируемой*.



Например, тор — ориентируемая поверхность, а бутылка Клейна — нет:



Рассмотрим сферу и вырежем в ней два диска. После этого отождествим края одного из дисков с краями цилиндра:



Эта операция называется *приклеиванием ручки*. Получаемая поверхность называется тор (т.е. гомеоморфная тору).

Если так проделать $g \geq 0$ раз, то получается поверхность S_g — *сфера с g ручками*.

